

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه بیست و دوم – فصل نهم

ماشین های تورینگ و دسته بندی زبان ها و ماشین ها

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 9

ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها تست
تست 56 تا 78

56- گرامر G را در نظر بگیرید:

$$G = \langle \{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a\}, S, P \rangle$$

P شامل قوانین زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC & aE &\rightarrow Ea & FC &\rightarrow C \\ B &\rightarrow DBE \mid \lambda & aC &\rightarrow Ca & AE &\rightarrow A \\ DE &\rightarrow EFaa & FE &\rightarrow EFa & AC &\rightarrow \lambda \end{aligned}$$

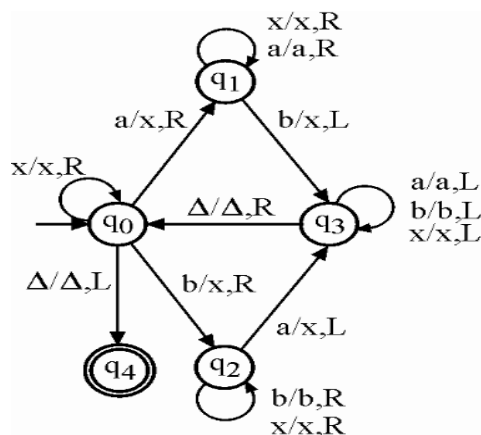
(مهندس کامپیوتر - 76) منظور از λ رشته‌ای به طول صفر می‌باشد. زبان گرامر G کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \{a^{n(n+1)/2} \mid n \geq 0, n = \text{زوج}\} \\ (2) \quad & \{a^{n^2+1} \mid n \geq 0\} \\ (3) \quad & \{a^{n(n+1)} \mid n \geq 0\} \\ (4) \quad & \{a^{2n} \mid n = 2^k, k \geq 0\} \cup \{\lambda\} \end{aligned}$$

57- زبان $L = \{0^n 1^{f(n)} : n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0,1\}^*$ را برای تابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ در نظر بگیرید. کدام گزاره نادرست است؟ (علوم کامپیوتر - 87)

- (1) اگر f یک به یک باشد آن‌گاه L منظم نیست.
- (2) برای برخی توابع f پوشا L می‌تواند مستقل از متن باشد.
- (3) زبان L می‌تواند محاسبه‌پذیر نباشد.
- (4) زبان L حداقل وابسته به متن است.

58- ماشین تورینگ شکل زیر چه زبانی را می‌پذیرد؟ Δ نماد خشی ماشین تورینگ است و مقصود از $n_a(w)$ تعداد a های موجود در w است. (علوم کامپیوتر - 90)



$$\begin{aligned} (1) \quad & \{a^n b^n : n \geq 0\} \\ (2) \quad & \{w \in (a+b)^* : w = w^R\} \\ (3) \quad & \{w \in (a+b+x)^* : n_a(w) = n_b(w)\} \\ (4) \quad & \{ax : x \in (a+b)^*\} \cup \{bx : x \in (a+b)^*\} \end{aligned}$$

59- ماشین تورینگ M با دستورات حرکت زیر مفروض است که در آن q_0 حالت شروع، q_f حالت پایانی و B علامت خانه‌های خالی دو طرف نوار است. منظور از $\delta(q,a) = (p,X,R)$ این است که اگر M در حالت q و سر آن مقابل حرف a روی نوار باشد، آن‌گاه به حالت p رفته، a را با X عوض کرده و سر را به اندازه یک خانه به راست می‌برد. (اگر به جای R، L باشد آن‌گاه به چپ می‌رود.) اگر در شروع کار M (یعنی حالت q_0 و سر در ابتدای ورودی روی نوار) محتوای نوار برابر رشته‌ی aaabbb باشد پس از دقیقاً 11 حرکت δ محتوای نوار کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر - 88)

$$\delta(q_0, a) = (q_1, X, R)$$

$$\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$$

$$\delta(q_1, b) = (q_2, Y, L)$$

$$\delta(q_2, a) = (q_2, a, L)$$

$$\delta(q_2, X) = (q_1, X, R)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_f, B, R)$$

$$\delta(q_1, Y) = (q_1, Y, R)$$

$$\delta(q_2, Y) = (q_2, Y, L)$$

$$\delta(q_1, B) = (q_f, B, R)$$

XXXXYY (4)

XXaYbb (3)

XXaYYb (2)

XaaYYb (1)

60- ماشین تورینگ T در حداکثر 2^7 مرحله به پیکربندی نهایی می‌رسد، در این صورت، (علوم کامپیوتر - 85)

- 1) زبان ماشین T با یک عبارت منظم قابل توصیف است.
- 2) ورودی w وجود دارد که ماشین برای محاسبه آن حداقل 7 خانه از حافظه را بکار می‌برد.
- 3) ماشین T برای محاسبه هر ورودی حداکثر از 2 خانه از حافظه خود استفاده می‌کند.
- 4) هیچ ماشین PDA معادل T وجود ندارد ولی زبان ماشین T وابسته به متن است.

61- اگر ماشین تورینگ T برای هر ورودی فقط از مقدار ثابتی از حافظه نوار خود (محل‌های 1 تا k) استفاده نماید، آن‌گاه زبان ماشین T: (علوم کامپیوتر - 83)

(1) متناهی است. (2) منظم است. (3) تصمیم‌پذیر نیست. (4) منظم و متناهی است.

62- برای تشخیص زبان $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ یک ماشین تورینگ ساخته‌ایم. حداقل هزینه تشخیص $w \in L$ با این ماشین تورینگ در چه حدی است؟ (مهندسی کامپیوتر - 86)

(1) $O(n)$ (2) $O(n^2)$ (3) $O(n^3)$ (4) $O(2^n)$

63- یک ماشین تورینگ فقط خواندنی، ماشین تورینگ است که هد فقط می‌تواند بخواند، و توانایی نوشتن یا پاک کردن خانه‌های نوار حافظه را ندارد. کدام یک از زبان‌های زیر توسط ماشین‌های تورینگ فقط خواندنی پذیرفته نمی‌شوند؟ (علوم کامپیوتر - 88)

- (1) {تعداد صفرهای x بر 3 و تعداد یک‌های آن بر 2 بخش‌پذیر باشد} $\{x \in \{0,1\}^* \mid \dots\}$
- (2) {تعداد صفرهای x از 100 بیشتر نباشد} $\{x \in \{0,1\}^* \mid \dots\}$
- (3) {حاصل ضرب تعداد صفرهای x در تعداد یک‌های آن بر 7 بخش‌پذیر باشد} $\{x \in \{0,1\}^* \mid \dots\}$
- (4) {تعداد صفرهای x منهای تعداد یک‌های x برابر 2 باشد} $\{x \in \{0,1\}^* \mid \dots\}$

64- فضای زبان‌هایی که با مدل تورینگ مشخص می‌شود، با کدام یک از تغییرات زیر در تعریف ماشین تورینگ تغییر خواهد کرد؟ (علوم کامپیوتر - 88)

- (1) امکان استفاده از انتقال بلادرنگ در اتوماتون ماشین
- (2) عدم امکان حرکت هد ماشین به سمت چپ
- (3) استفاده از بیش از یک نوار ولی یک طرفه
- (4) محدود کردن حروف الفبای ماشین به $\{B, 0, 1\}$

65- فرض کنید یک محدودیت در یک ماشین تورینگ ایجاد کنیم، به طوری که همواره علامتی را که می‌نویسد با علامتی که می‌خواند متفاوت باشد، یعنی قواعد حرکت ماشین به یکی از دو صورت زیر باشد:

$$\delta(q_i, a) = (q_j, b, L), a \neq b$$

$$\delta(q_i, a) = (q_j, b, R), a \neq b$$

(مهندسی کامپیوتر - 81)

در این صورت محدودیت فوق چه تأثیری در قدرت ماشین دارد؟

- (1) قدرت ماشین را کم می‌کند.
- (2) تأثیری ندارد.
- (3) قدرت ماشین را زیاد می‌کند.
- (4) اعمال این محدودیت با تعریف ماشین تورینگ مغایرت دارد.

66- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (مهندسی کامپیوتر - 80)

- (1) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا، ناشمارا است.
- (2) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا، شمارا است.
- (3) مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا، شمارا است.
- (4) مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا، ناشمارا است.

67- اگر $L = \{a^n b^n | n \geq 0\} \cup \{a^n b^m | n \neq m\}$ آن گاه: (علوم کامپیوتر - 89)

- (1) زبان L منظم است.
- (2) زبان L مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (3) زبان L شمارش‌پذیر بازگشتی است ولی مستقل از متن نیست.
- (4) زبان L شمارش‌پذیر بازگشتی و مستقل از متن است ولی منظم نیست.

68- گرامر زیر را در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow AB \mid b$$

$$A \rightarrow CB \mid AA \mid a$$

$$B \rightarrow AS \mid b$$

$$C \rightarrow BS \mid c$$

(علوم کامپیوتر - 89)

کدام گزینه صحیح نیست؟

- (1) زبان این گرامر شمارش‌پذیر بازگشتی است.
- (2) این گرامر به فرم نرمال چامسکی است.
- (3) کلمه $cabab$ توسط این گرامر تولید می‌شود.
- (4) کلمه $babac$ در زبان این گرامر است.

69- کدام گزاره صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 88)

- 1) برای هر زبان مستقل از متن L ، ماشین تورینگ قطعی با زبان L وجود دارد که برای هر ورودی داده شده $w \in L$ در زمان متناهی متوقف می‌شود.
- 2) هر گرامر داده شده برای زبان مستقل از متن L ، یک گرامر مستقل از متن است.
- 3) برای هر زبان مستقل از متن $L \supseteq \{0,1\}^*$ ، یک گرامر با فرم نرمال چامسکی وجود دارد.
- 4) اگر $L \supseteq \{0\}^*$ زبان یک ماشین تورینگ قطعی باشد آن گاه L مستقل از متن است.

70- اگر کلاس زبان‌های (r.e.) کلاس زبان‌های پذیرفته شده توسط ماشین‌های تورینگ قطعی یک نواره باشد، کدام یک از تغییرات زیر در تعریف ماشین تورینگ منجر به تغییر این کلاس نمی‌شود؟ (قدرت محاسباتی ماشین را تغییر نمی‌دهد).

- 1) اضافه کردن تعداد نوارهای حافظه ماشین
- 2) اضافه کردن امکان انتقال بلادرنگ (λ -transition)
- 3) محدود کردن حرکت هد ماشین فقط به سمت راست (حرکت هد به سمت چپ امکان‌پذیر نیست).
- 4) موارد 1 و 2 صحیح‌اند.

71- مجموعه زبان‌های بازگشتی را R و مجموعه زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر را RE می‌نامیم. زبان L مفروض است. در کدام یک از حالت‌های زیر یک ماشین تورینگ که برای تمام رشته‌های ورودی به حالت توقف برسد وجود دارد؟ (مهندسی کامپیوتر - 89)

- 1) $L \in RE$ و $\bar{L} \notin RE$ (2) $L \in RE$ و $\bar{L} \notin R$ (3) $L \in RE$ و $\bar{L} \in RE$ (4) هیچ کدام

72- زبان L با تعریف زیر مفروض است. کدام یک از گزاره‌ها غلط است؟ (مهندسی کامپیوتر - 86)

$$L = \{x^i y^j z^{j+2} w^k v^{i+k} \mid i, j, k \geq 0\}$$

- 1) یک اتوماتای پشته‌ای غیرقطعی مثل A وجود دارد که $L = L(A)$.
- 2) رشته‌های L توسط یک اتوماتای کران‌دار خطی قابل شناسایی هستند.
- 3) زبان L از نوع مستقل از متن معین (DCFL) نمی‌باشد.
- 4) زبان L از نوع بازگشتی شمارش‌پذیر است.

73- کدام گزاره درست است؟ (علوم کامپیوتر - 86)

- 1) هر مجموعه تصمیم‌پذیر، توسط یک PDA پذیرفته می‌شود.
- 2) هر مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) توسط یک DFA پذیرفته می‌شود.
- 3) ماشین تورینگی وجود دارد، که به ازای هر ورودی، خروجی ندارد، و به ازای هیچ ورودی نیز در loop نمی‌افتد.
- 4) هر زبانی که توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، تصمیم‌پذیر است.

74- اگر $\mathbb{N}$ مجموعه اعداد طبیعی باشد، کدام گزاره نادرست است؟ (علوم کامپیوتر - 86)

- (1) تعداد زیرمجموعه‌های شمارای بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) لزوماً شمارا نیست.
- (2) تعداد زیرمجموعه‌های شمارای $\mathbb{N}$ ، شمارا است.
- (3) مجموعه اعداد اول تصمیم پذیر است.
- (4) هر مجموعه تصمیم پذیر، بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) است.

75- گرامرهای حساس به متن معادل چه نوع مدلی هستند؟ (علوم کامپیوتر - 85)

- (1) ماشین تورینگ
- (2) اتوماتون‌های کران‌دار خطی
- (3) اتوماتون‌های پشته‌ای
- (4) اتوماتون‌های قطعی متناهی

76- کدام گزاره درست نیست؟ (علوم کامپیوتر - 92)

- (1) هر زبان منظم توسط یک گرامر مستقل از متن تولید می‌شود.
- (2) زبان‌های نامنظمی وجود دارند که توسط هیچ گرامری تولید نمی‌شوند.
- (3) هر زبان نامنظم توسط یک گرامر مستقل از متن تولید می‌شود.
- (4) زبان‌های نامنظمی وجود دارند که نه خود آن‌ها و نه متمم آن‌ها توسط گرامر مستقل از متنی تولید نمی‌شوند.

77- مجموعه A را «شمارش پذیر» می‌نامیم اگر A متناهی یا در تناظر یک به یک با مجموعه اعداد طبیعی باشد. در غیر این صورت

A را «ناشمارا» می‌گوییم. فرض کنید Σ یک الفبای متناهی دلخواه باشد. کدام گزینه از گزینه‌های زیر صحیح نیستند؟

(الف) هر زبان دلخواه بر الفبای Σ شمارش پذیر است. (مهندسی کامپیوتر - 91)

(ب) مجموعه تمامی زبان‌های ممکن از الفبای Σ شمارش پذیر است.

(ج) برای هر زبان دلخواه از الفبای Σ می‌توان یک گرامر صوری تولیدکننده در نظر گرفت.

(د) هر زبان دلخواه از الفبای Σ که توسط یک گرامر صوری تولید شدنی باشد بازگشتی است.

- (1) ب، ج (2) الف، ب، ج (3) الف، ج، د (4) ب، ج، د

78- اگر A و B دو مجموعه بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) و C و D دو مجموعه تصمیم‌پذیر باشند، کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 86)

(1) $A \cap C^c$ ، لزوماً تصمیم‌پذیر است. (2) $A \cap B^c$ ، لزوماً بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) است.

(3) $C \cap D^c$ ، لزوماً تصمیم‌پذیر است. (4) $C \cap A^c$ ، لزوماً بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) است.

پاسخ‌ها

فصل 9: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها

تست 56 تا 78

56- گزینه (3) صحیح است.

رشته λ توسط این گرامر پذیرفته می‌شود. پس گزینه ۲ رد می‌شود. در ادامه با بررسی تولید یا عدم تولید رشته‌های a^2, a^3 ، توسط این گرامر درستی گزینه ۳ مشخص می‌شود.

57- گزینه (4) صحیح است.

این زبان فقط برای توابعی که تعداد مقادیر خروجی آنها متناهی باشد، منظم است. مثلاً برای تابع یک به یک $f(n) = 2n$ منظم نیست. پس گزینه ۱ درست است. گزینه ۲ نیز درست است، به عنوان مثال برای تابع یک به یک و پوشای $f(n) = n$ زبان L مستقل از متن و نامنظم است. گزینه ۳ نیز درست است؛ وقتی f محاسبه‌پذیر نباشد و برای محاسبه اش ماشین تورینگ وجود نداشته باشد زبان L نیز محاسبه‌پذیر نیست. گفتیم که وقتی f محاسبه‌پذیر نباشد زبان L نیز محاسبه‌پذیر نیست در نتیجه وابسته به متن هم نمی‌تواند باشد. پس گزینه ۴ نادرست است.

58- گزینه (3) صحیح است.

این ماشین تورینگ همه رشته‌های متشکل از a, b و x که تعداد a ها و b ها در آن برابر باشد را می‌پذیرد؛ پس گزینه 3 صحیح است.

59- گزینه (1) صحیح است.

با توجه به انتقال‌ها توصیف لحظه‌ای پس از یازده حرکت به این صورت است:

$q_0aaaabb \mapsto Xq_1aabb \mapsto Xaq_1abb \mapsto Xaaq_1bb \mapsto Xaq_2aYbb \mapsto Xq_2aaYbb \mapsto$

$q_2XaaYbb \mapsto Xq_1aaYbb \mapsto Xaq_1aYbb \mapsto Xaaq_1Ybb \mapsto XaaYq_1bb \mapsto Xaaq_2YYb$

پس از یازده حرکت محتوای نوار به صورت $XaaYYb$ است؛ پس گزینه 1 درست است.

60- گزینه (1) صحیح است.

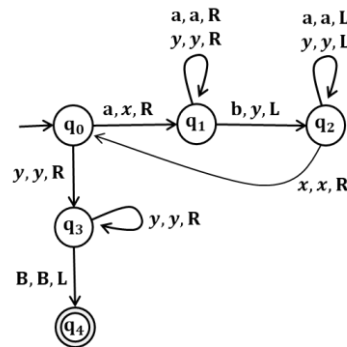
طبق فرض این ماشین برای هر رشته ورودی حداکثر در 2^7 مرحله به پیکربندی نهایی می‌رسد پس تعداد گامها متناهی است و در هر گام از یک سلول حافظه استفاده می‌شود پس این ماشین برای بررسی عضویت یا عدم عضویت رشته‌ها به زبان مورد نظرش، از مقدار محدودی حافظه استفاده می‌کند در نتیجه زبان این ماشین یک زبان منظم است. هر زبان منظم را می‌توان با یک عبارت منظم توصیف کرد.

61- گزینه (2) صحیح است.

در این ماشین برای تعیین عضویت یا عدم عضویت هر رشته ورودی از مقدار ثابتی از حافظه استفاده می‌شود، پس توان محاسبه آن معادل با ماشین متناهی است بنابراین زبان این ماشین یک زبان منظم است. همچنین زبان ماشین T لزوماً متناهی نیست؛ پس گزینه 2 صحیح است.

62- گزینه (2) صحیح است.

ماشین تورینگ استاندارد برای این زبان می‌شناسیم که اینجا رسم شده است. هر رشته $w = a^n b^n$ به طول $2n$ دارای n جفت a, b است که برای تطبیق هر کدام $4n$ گام طی می‌شود پس تعداد کل گامها و مرتبه زمانی $n \times 4n = O(n^2)$ است.



توجه: بهترین ماشین تورینگ استاندارد که برای تشخیص این زبان می‌توان ارائه داد دارای مرتبه زمانی $n \log n$ است. البته $n \log n \in O(n^2)$ است و باز هم بهترین گزینه همان گزینه 2 خواهد بود. اما جواب دقیق‌تر برای بهترین مرتبه زمانی برای تشخیص این زبان $\theta(n \log n)$ است.

63- گزینه (4) صحیح است.

در این ماشین تورینگ هد فقط می‌تواند بخواند، و توانایی نوشتن یا پاک کردن خانه‌های حافظه را ندارد. بنابراین فقط می‌تواند زبان‌های منظم را بپذیرد و زبان‌های نامنظم است توسط این ماشین پذیرفته نمی‌شوند. گزینه‌های 1 و 2 به وضوح منظم هستند. از آنجا که 7 عددی اول است؛ فقط وقتی حاصل ضرب دو عدد بر 7 بخش‌پذیر است که لااقل یکی از آن‌ها بر 7 بخش‌پذیر باشد؛ پس زبان گزینه 3 اجتماع دو زبان منظم است:

$$\{x \in \{0,1\}^* : n_0(w) \bmod 7 = 0 \text{ or } n_1(w) \bmod 7 = 0\}$$

پس این زبان نیز منظم است. اما زبان گزینه 4 منظم نیست:

$$\{x \in \{0,1\}^* : n_0(w) - n_1(w) = 2\} = \{x \in w\{0,1\}^* : n_0(w) = n_1(w) + 2\}$$

64- گزینه (2) صحیح است.

وقتی امکان حرکت هد به سمت چپ وجود نداشته باشد، حتی اگر روی نوار علامتی هم نوشته شود نمی‌توان به آن برگشت و آن را بازخوانی کرد؛ بنابراین مانند آن است که ماشین به جز رشته ورودی هیچ حافظه خواندنی نداشته باشد توان محاسبه این ماشین تورینگ مانند ماشین متناهی است و فقط می‌تواند پذیرنده زبان‌های منظم باشد.

65- گزینه (2) صحیح است.

اعمال این محدودیت تأثیری روی توان محاسبه ماشین تورینگ ندارد.

66- گزینه (3) صحیح است.

مجموعه Σ^* شمارا است؛ پس گزینه 1 نادرست است. مجموعه تمام زبان‌ها روی الفبای Σ ناشمارا است اما مجموعه زبان‌های منظم شماراست پس تفاضل آنها ناشمارا خواهد بود. (اگر از مجموعه ناشمارا یک زیرمجموعه شمارا کم کنیم نتیجه ناشماراست). پس گزینه 2 نادرست است. مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا شمارا است؛ پس گزینه 3 درست و گزینه 4 نادرست است.

67- گزینه (1) صحیح است.

اجتماع داده شده برابر با مجموعه $L(a^*b^*)$ است که یک زبان منظم است.

68- گزینه (4) صحیح است.

همه رشته‌هایی که توسط این گرامر تولید می‌شوند به حرف b ختم می‌شوند؛ پس گزینه 4 نادرست است. گرامر داده شده به فرم نرمال چامسکی است پس زبان آن یک زبان مستقل از متن است و هر زبان مستقل از متن زبانی بازگشتی و بازگشتی شمارش‌پذیر است؛ پس گزینه‌های 1 و 2 درست هستند. رشته $cabab$ با شروع از S تولید می‌شود؛ پس گزینه 3 نیز درست است.

69- گزینه (1) صحیح است.

هر زبان مستقل از متن یک زبان بازگشتی (تصمیم‌پذیر) است و برای هر زبان تصمیم‌پذیر ماشین تورینگ تصمیم‌گیرنده وجود دارد؛ پس گزینه 1 صحیح است. این درست است که برای هر زبان مستقل از متن L یک گرامر مستقل از متن وجود دارد اما تمام گرامرهای آن لزوماً مستقل از متن نیستند. برای مثال زبان $\{a^n b^n : n \geq 0, n \leq m \leq 2n\}$ که مستقل از متن است دارای گرامر بدون محدودیت زیر است:

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow aSbB \mid \lambda \\ bB &\rightarrow b \mid bb \end{aligned}$$

G یک گرامر بدون محدودیت است اما $L(G)$ مستقل از متن است. پس گزینه 2 نادرست است. هر زبان مستقل از متن فاقد رشته λ دارای گرامر نرمال چامسکی است؛ گزینه 3 به شرط عدم عضویت λ اشاره نکرده پس نادرست است. گزینه 4 نیز نادرست است برای مثال $\{0^{n^2} : n \geq 1\}$ و $\{0^{n!} : n \geq 1\}$ دارای ماشین تورینگ قطعی هستند اما مستقل از متن نیستند.

70- گزینه (4) صحیح است.

گزینه‌های 1 و 2 تأثیری روی توان ماشین تورینگ ندارند؛ اما محدود کردن حرکت هد فقط به سمت راست، توان محاسباتی ماشین تورینگ را معادل با ماشین متناهی می‌کند پس ماشین تورینگ مورد نظر فقط می‌تواند زبان‌های منظم را بپذیرد. ولی اعمال گزینه‌های 1 و 2 تأثیری روی قدرت ماشین ندارد؛ پس گزینه 4 صحیح است.

71- گزینه (3) صحیح است.

متمم یک زبان بازگشتی، بازگشتی است اما متمم یک زبان بازگشتی شمارش‌پذیر، لزوماً بازگشتی شمارش‌پذیر نیست. بنابراین که اگر L زبانی بازگشتی شمارش‌پذیر باشد ولی بازگشتی نباشد، آن‌گاه $\bar{L}$ بازگشتی شمارش‌پذیر نیست. اگر مطابق گزینه 3 زبان‌های L و $\bar{L}$ بازگشتی شمارش‌پذیر باشند؛ پس هر دو تشخیص‌پذیرند. فرض کنیم ماشین‌های تورینگ M_1 و M_2 به ترتیب پذیرنده L و $\bar{L}$ باشند. برای هر رشته $w \in \Sigma^*$ اگر w متعلق به L باشد، ماشین M_1 در حالت نهایی متوقف می‌شود و اگر w متعلق به $\bar{L}$ باشد، ماشین M_2 در حالت نهایی متوقف می‌شود. بنابراین چه w عضو L باشد چه نباشد الگوریتمی وجود دارد که این عضویت یا عدم عضویت را تشخیص داده متوقف شود. یعنی زبان L بازگشتی است.

72- گزینه (3) صحیح است.

رشته‌های عضو زبان L را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$L = \{x^i y^j z^{j+2} w^k v^{i+k} \mid i, j, k \geq 0\} = \{x^i y^j z^{j+2} w^k v^k v^i \mid i, j, k \geq 0\}$$

اگر به روابط بین توان‌ها دقت کنیم معلوم می‌شود که برای این زبان ماشین پشته‌ای قطعی وجود دارد؛ پس زبان L مستقل از متن قطعی و در نتیجه بازگشتی شمارش‌پذیر هست؛ پس گزینه 3 نادرست است و سایر گزینه‌ها عبارات درستی هستند.

73- گزینه (3) صحیح است.

ماشین‌های پشته‌ای فقط توان پذیرش زبان‌های مستقل از متن را دارند نه همه زبان‌های تصمیم‌پذیر. پس گزینه 1 نادرست است. ماشین‌های متناهی قطعی فقط توان پذیرش زبان‌های منظم را دارند نه همه زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر؛ پس گزینه 2 نادرست است. هر زبانی که توسط ماشین تورینگ پذیرفته شود، بازگشتی شمارش‌پذیر است و هر زبان بازگشتی شمارش‌پذیر لزوماً بازگشتی نیست پس گزینه 4 نادرست است. اما می‌توان ماشین تورینگ طراحی کرد که به ازای هر ورودی در یک حالت غیرنهایی متوقف شود؛ پس گزینه 3 صحیح است.

74- گزینه (2) صحیح است.

هر مجموعه شمارای نامتناهی دارای ناشمارا زیرمجموعه نامتناهی است. هرکدام از این زیرمجموعه‌ها البته شمارا هستند اما تعدادشان ناشماراست. مجموعه $\mathbb{N}$ یک مجموعه شمارای نامتناهی است؛ اما مجموعه توانی آن یعنی $2^{\mathbb{N}}$ ناشمارا است. بنابراین گزینه 2 نادرست است. اما سایر گزینه‌ها درست هستند. شما می‌توانید الگوریتمی بنویسید که برای هر عدد صحیح n ، اول بودن یا نبودن n را معلوم کرده و متوقف شود. پس اعداد اول در مجموعه اعداد صحیح تصمیم‌پذیرند.

75- گزینه (2) صحیح است.

توان گرامرهای حساس به متن به اندازه توصیف زبان‌های حساس به متن است و ماشین پذیرنده این زبان‌ها، ماشین کران‌دار خطی (LBA) است.

76- گزینه (4) صحیح است.

هر زبان منظم، یک زبان مستقل از متن است پس هر زبان منظم دارای گرامر مستقل از متن نیز هست؛ پس گزینه 1 صحیح است. یک زبان نامنظم ممکن است بازگشتی شمارش‌پذیر باشد یا نباشد؛ پس ممکن است هیچ گرامری نداشته باشد؛ پس گزینه 2 درست بوده و گزینه 3 نادرست است. زبان‌هایی وجود دارند که خودشان و متمم‌شان بازگشتی شمارش‌پذیر نیستند؛ (هیچکدام دارای گرامر نیستند) پس گزینه 4 صحیح است.

77- گزینه (4) صحیح است.

مجموعه تمامی رشته‌ها روی الفبای Σ مجموعه‌ای شمارا است و هر زیرمجموعه از آن نیز یک مجموعه شمارا می‌باشد؛ پس جمله (الف) درست است. مجموعه تمامی زبان‌ها روی الفبای Σ ناشمارا است؛ پس جمله (ب) نادرست است. مجموعه تمامی ماشین‌های تورینگ روی الفبای Σ شمارا است؛ در حالیکه مجموعه زبان‌ها ناشماراست پس زبانی روی وجود دارد که برای آن ماشین تورینگ وجود ندارد به عبارتی گرامری برای تولید آن زبان وجود ندارد؛ پس جمله (ج) نادرست است. هر زبانی که با استفاده از یک گرامر قابل تولید باشد یک زبان بدون محدودیت، از رده ℓ_0 یا همان بازگشتی شمارش‌پذیر است. هر زبان بازگشتی، یک زبان بازگشتی شمارش‌پذیر است ولی عکس آن درست نیست؛ پس جمله (د) نادرست است.

78- گزینه (3) صحیح است.

زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر نسبت به متمم بسته نیستند ولی نسبت به اشتراک بسته هستند؛ اما زبان‌های بازگشتی نسبت به متمم و اشتراک بسته‌اند.

پایان جلسه بیست و دوم نکته و تست
پیروز و سربلند باشید.